

**FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH GmbH**  
**Zentralinstitut für Angewandte Mathematik**  
**D-52425 Jülich, Tel. (02461) 61-6402**

Interner Bericht

**Partielle Differentialgleichungen:  
Die permanente Herausforderung**

*Friedel Hoßfeld*

KFA-ZAM-IB-9618

Juli 1996  
(Stand 30.07.96)

Erscheint in: W.E. Nagel (Hrsg.), Sommerschule über partielle  
Differentialgleichungen, Numerik und Anwendungen, Forschungszentrum Jülich,  
2.-6.9.1996



# Partielle Differentialgleichungen: Die permanente Herausforderung

Friedel Hoßfeld

Zentralinstitut für Angewandte Mathematik,  
Forschungszentrum Jülich GmbH, D-52425 Jülich

## 1 Die Motivation des „Hier und Heute“

Es ist jetzt fünf Jahre her, daß sich im Rahmen des Forum Informatik an der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule (RWTH) Aachen der Arbeitskreis „Parallelismus im technisch-naturwissenschaftlichen Rechnen“ etablierte. Ziel der Bemühungen des Arbeitskreises ist die Förderung der interdisziplinären Zusammenarbeit auf dem Gebiet des Parallelismus, wobei insbesondere der Brückenschlag zur Anwendung von Ergebnissen der angewandten Mathematik und Informatik in den ingenieurwissenschaftlichen Disziplinen ein Hauptanliegen ist. Der Arbeitskreis wird getragen vom Lehrstuhl für Informatik II (Prof. Indermark) in der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät, vom Lehrstuhl für Strömungslehre und Aerodynamischen Institut (Prof. Krause) in der Fakultät für Maschinenwesen und vom Lehrstuhl für Technische Informatik und Computerwissenschaften in der Fakultät für Elektrotechnik und Zentralinstitut für Angewandte Mathematik des Forschungszentrums Jülich (Prof. Hoßfeld).

Gleichzeitig ist die Stärkung der technisch-wissenschaftlichen Kompetenz auf dem Gebiet des Höchstleistungsrechnens und seiner Anwendungen in der Region Aachen-Bonn ein wichtiges Anliegen. Als ein alle Erwartungen hinsichtlich Resonanz und fruchtbarer Wechselwirkung übertreffendes Instrument hat sich das regelmäßig dreimal im Jahr an den wechselnden Standorten Aachen, Jülich, Köln und St. Augustin stattfindende „Kolloquium über Parallelverarbeitung in technisch-naturwissenschaftlichen Anwendungen“ erwiesen. Bei der wissenschaftlichen Leitung und Durchführung der Kolloquien kooperiert der Arbeitskreis mit dem Mathematischen Institut und Zentrum für Paralleles Rechnen an der Universität zu Köln (Prof. Bachem) und dem Institut für Algorithmen und Wissenschaftliches Rechnen des Forschungszentrums Informationstechnik (GMD) in St. Augustin (Prof. Trottenberg). Dabei ist in unserem Kontext das aus Anlaß des 125-jährigen Jubiläums der RWTH Aachen unter das Motto „150 Jahre Stokes Flow“ gestellte Kolloquium gesondert hervorzuheben. Es bot Gelegenheit, die große Bedeutung des parallelen Höchstleistungsrechnens im Verbund mit neuen Algorithmen für die Strömungsprobleme erneut herauszuheben. Das 10. Kolloquium fand am 17. Juni 1996 an der Universität zu Köln statt.

Vom Erfolg der Kolloquienreihe ermutigt und von der Notwendigkeit geleitet, für die Nachwuchsförderung und den Know-how-Transfer auf dem Gebiet des wissenschaftlichen Rechnens weitere, die Technologie der Parallelverarbeitung, ihrer numerischen Methoden und ihrer Anwendungen fördernde Maßnahmen zu ergreifen und zu unterstützen, haben die fünf Träger des Kolloquiums auch die Initiative ergriffen, als wissenschaftliche Leiter eine Sommerschule mit dem Thema „Partielle Differentialgleichungen, Numerik und An-

wendungen“ zu gestalten, die nunmehr vom Zentralinstitut für Angewandte Mathematik (ZAM) im Forschungszentrum Jülich ausgerichtet wird.

Ein glücklicher Umstand und entscheidendes Motiv für die Sommerschule über die Numerik und Anwendungen partieller Differentialgleichungen ist das Jubiläum eines Ereignisses, das die letzten fünf Jahrzehnte der Computertechnik und ihrer Anwendungen geprägt hat und gewiß auch die Zukunft des wissenschaftlichen Rechnens formen wird: Es ist jetzt 50 Jahre her, daß John von Neumann – gemeinsam mit seinem Kollegen Goldstine – sein Manifest über die Notwendigkeit der Entwicklung und die Entwurfsprinzipien des Digitalrechners verfaßte [1].

Sein Anstoß war die Stagnation der analytischen mathematischen Methoden zur Lösung partieller Differentialgleichungen, vornehmlich in der Strömungsdynamik, und er wollte mit seinem neuen Konzept des sequentiellen Digitalrechners, dessen Flexibilität seitdem den breiten Durchbruch des Computers in Wissenschaft, Wirtschaft und Gesellschaft bestimmt hat, den „digitalen Windkanal“ schaffen, um mit numerischen Methoden und der Simulation der komplexen Strömungsprozesse im Computer die Barriere der Stagnation zu durchbrechen.

Das Jahr 1946 ist somit das Geburtsjahr einer grundlegend neuen Methodik, die sich unter dem internationalen Namen „Computational Science & Engineering“ zur dritten, Theorie und Experiment ergänzenden Kategorie wissenschaftlichen Forschens entwickelt hat [2]. Ihre Methode ist die Simulation, ihr Instrument der Supercomputer! Der wissenschaftliche Fokus von Computational Science & Engineering, deren strategische und inhaltliche Spannweite sich im Deutschen nur unzulänglich mit „Wissenschaftliches Rechnen“ einfangen läßt, zielt auf komplexe Systeme, das heißt auf Probleme, die mit den analytischen Methoden und mit den üblichen Computer-Ressourcen einer Lösung nicht näher gebracht werden können. Sie erfordern daher im Verbund mit effizienten Algorithmen, Software-Werkzeugen und Programmiermodellen große Leistungssprünge in den Computer-Architekturen, die in manchen Jahren jedoch weder technisch noch finanziell zu schaffen sind.

Es ist kein Wunder, daß das in Theorie und Experiment so starke Forschungszentrum Jülich (KFA) dieser Evolution von Computational Science & Engineering durch Strategie und Handeln gefolgt ist. Daher traf vor 10 Jahren die Initiative zur Gründung des HLRZ („Höchstleistungsrechenzentrum“) hier auf fruchtbaren Boden, und der große Beitrag des ZAM als Leistungsträger des HLRZ seitdem steht in dieser Tradition.

In diesem Jahr, 1996, feiert die KFA ihren 40. Geburtstag – und die Nachwirkungen der Feierlichkeiten am Vortag der Sommerschule, dem 1. September, mögen noch deren Logistik erreichen. Rechtzeitig aber zu diesem runden Geburtstag wird die KFA mit dem neuen Supercomputer-Komplex aus CRAY T3E, T90 und J90 wiederum einen großen Leistungssprung in seiner Rechnerkonfiguration machen, mit dem sich der Forschung in Wissenschaft und Wirtschaft in Deutschland eine neue Dimension der Problemgrößen und der Anwendungen erschließen kann [3].

Mit dem Leitmotiv „Der Computer als Instrument und Gegenstand der Forschung“ hat das ZAM seit seiner Gründung vor 35 Jahren die Geschichte des wissenschaftlichen Rechnens in Deutschland mitgeschrieben – die partiellen Differentialgleichungen haben seit den Anfängen des ZAM durch das Forschungsgebiet seines Gründungsdirektors und mathematischen Spiritus rector Claus Müller (emeritus der RWTH Aachen) ihren Platz in der Forschung des ZAM –, und seit Jahrzehnten liegt es mit seiner technischen Ausstattung und fachlichen Kompetenz in der internationalen Spitzengruppe der wissenschaftlichen Rechenzentren.

Es ist zu vermuten, daß der Vortrag John von Neumanns über „Entwicklung und Ausnutzung neuerer mathematischer Maschinen“ [4] vor der Arbeitsgemeinschaft für For-

schung des Landes Nordrhein-Westfalen, der Vorläuferin der Rheinisch-Westfälischen Akademie der Wissenschaften, in Düsseldorf im Jahre 1954 auf Einladung von Staatssekretär Leo Brandt, dem so weitreichend strategisch denkenden Gründer der KFA Jülich, viel zu dessen Überlegungen über den Aufbau von angewandter Mathematik und wissenschaftlichem Rechnen – und damit zur Einrichtung des ZAM – in dem 1956 gegründeten Großforschungszentrum des Landes Nordrhein-Westfalen beigetragen hat. Aus der Teilnehmerliste jener Veranstaltung und der dokumentierten Diskussion wird nicht nur klar, daß die damalige Spitze der deutschen Mathematik sehr weitgehend vertreten war, sondern auch, daß die damaligen Diskussionspunkte ihre Aktualität bis heute kaum verloren haben.

In der KFA sind so die zentralen Rechenanlagen und die übergreifenden Netzwerke – einschließlich der Supercomputer-Ressourcen für das HLRZ – Aufgaben des Zentralinstitutes für Angewandte Mathematik; diese umfassen darüber hinaus neben Aus- und Weiterbildung sowie Lehre die Forschung und Entwicklung in angewandter Informatik und Mathematik. Seit faktisch 10 Jahren, schon vor dem formellen Abschluß des Kooperationsvertrages durch KFA, DESY und GMD als Träger des HLRZ, hat das ZAM als Supercomputer-Zentrum in Sinne der Empfehlung des Wissenschaftsrates [5] nach heute vielfach propagierten Regularien seine Vektor- und Parallelrechner bundesweit für Forschungsvorhaben des wissenschaftlichen Rechnens verfügbar gemacht. Ein wie zu von Neumanns Zeiten unverändert herausforderndes Gebiet für die Mathematik wie für das Höchstleistungsrechnen sind dabei stets partielle Differentialgleichungen gewesen; der Brückenschlag zum Potential der Parallelrechner wird weiter Neuland erschließen.

## 2 John von Neumanns Idee des „Digital Windtunnel“

Die Entwicklung der Mathematik von Differentialgleichungen – und Variationsmethoden – begann mit der Entwicklung der neueren Astronomie und Physik und war von Anbeginn diesen Wissenschaften aufs engste verbunden. Entsprechend der Vielfalt und Schwierigkeit der behandelten Aufgaben haben sich die großen Mathematiker und Physiker des 18. und 19. Jahrhunderts zunächst wissenschaftlich interessanten und auch technisch brennenden Einzelfragen zugewandt. Sie gelangten zwar noch nicht zu einer geschlossenen Theorie der partiellen Differentialgleichungen, doch spiegeln selbst „kleine“ Darstellungen [6, 7] und großartige Lehrbücher der theoretischen Physik [8] die Schönheit und Harmonie in den Differentialgleichungen der Physik.

Die Entwicklungsgeschichte der Mathematik der partiellen Differentialgleichungen und der Variationrechnung – und auch teilweise ihrer engen physikalischen Bezüge – über die letzten hundert Jahre haben Bemelmans, Hildebrandt und von Wahl in der Festschrift zum Jubiläum der DMV „Ein Jahrhundert Mathematik 1890-1990“ in eindringlicher Weise dargestellt, selbst wenn die Autoren bedauernd auf manche notgedrungen enthaltene Lücke verweisen mußten [9]. Eine gleichermaßen wertvolle Bilanz hat Garrett Birkhoff hinsichtlich der Probleme und Lösungen in der Strömungsdynamik geliefert [10].

In diese Wertung bezieht Birkhoff über die Entwicklung der Analysis der partiellen Differentialgleichungen hinaus den Ursprung und den Fortgang der numerischen Methoden für Strömungsprobleme, der Computational Fluid Dynamics (CFD), ein. Ergänzt wird seine Sicht noch durch seinen Beitrag zu dem ohnehin lesenswerten Buch „A History of Scientific Computing“, das Stephen G. Nash herausgegeben hat [11]; er würdigt dabei insbesondere den die folgenden Jahrzehnte prägenden Einfluß John von Neumanns.

In einem denkwürdigen Vortrag über „High-Speed Computing Devices and Mathematical Analysis“ beim First Canadian Mathematical Congress im Juni 1945 identifizierte John von Neumann erstmalig die numerische Hydrodynamik, auszuführen auf elektronischen Digitalrechnern, als ein Schwerpunktgebiet zukünftiger Forschung. Diese Vorstel-

lungen präsentierte er mit seinem epochemachenden Positionspapier „On the Principles of Large Scale Computing Machines“ im Mai 1946 dem Mathematical Computing Advisory Panel des Office of Research and Inventions im Navy Department in Washington [1]. Damals faßte er die Situation der theoretischen Hydrodynamik so zusammen: „The advance of analysis is, at this moment, stagnant along the entire front of nonlinear problems. ... Mathematicians had nearly exhausted analytic methods which apply mainly to linear differential equations and special geometries“, und schlug vor, daß man die analytischen durch numerische Methoden ersetzen und die Entwicklung der Digitalrechner und ihre Nutzung fördern solle, da digitale Maschinen viel schneller gemacht und mit höherer Flexibilität und Genauigkeit ausgestattet werden könnten als Analogrechner, zu denen er auch die damals für Strömungsexperimente weithin gebrauchten Windkanäle zählte.

John von Neumann wollte den „digital windtunnel“! Er erwartete, daß wirklich effiziente digitale Hochleistungsrechner den toten Punkt bei den rein analytischen Methoden zur Behandlung nichtlinearer Probleme überwinden würden und daß aus der derart numerisch erschlossenen Hydrodynamik die mathematische Durchdringung des Gebietes der nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen stimuliert werden könnte, indem sich aus den Computerresultaten jene heuristischen Fingerzeige ergäben, die von jeher in allen Bereichen der Wissenschaft für echte Fortschritte sorgten und so auch in der Hydrodynamik den Schlüssel für entscheidende mathematische Ideen liefern könnten. In gewissem Sinne klingen seine damaligen Argumente jung und vertraut, denn die weltweit initiierten nationalen Förderprogramme des Höchstleistungsrechnens folgen dieser Zielsetzung, allerdings nicht nur mit dem Blick auf Strömungsprobleme, sondern auf der breiten Ebene von Computational Science & Engineering.

In seiner Bestandsaufnahme [10], die er 1981 als John von Neumann Lecture mit dem Titel „Numerical Fluid Dynamics as a Mathematical Science“ beim SIAM National Meeting in Troy, N.Y., präsentierte und damit klar gegen die von Landau und Lifschitz in ihrem berühmten Lehrbuch getroffene Festlegung der Hydrodynamik als Zweig der theoretischen Physik Stellung bezog, führt Birkhoff aus, daß schon um 1915 die Unzulänglichkeit der klassischen Analysis offensichtlich wurde (sieben verschiedene analytische Modelle waren zu jener Zeit in Gebrauch) und daß von 1915 an die Forschung über Hydrodynamik zunehmend in die großen nationalen Laboratorien verlagert wurde, die mit ihren Ressourcen eher den ingenieurmäßigen Entwurf als die „natural philosophy“ voranbringen sollten, was wohl einem Trend zu Empirismus und Enttäuschung über mathematische Theorien Vorschub geleistet hat.

John von Neumann hat entscheidend dazu beigetragen, daß die damit einhergehende konzeptionelle und methodische Unsicherheit in den Jahrzehnten nach 1946 allmählich aufgehoben wurde und auch eine gewisse Aussöhnung zwischen Experiment und mathematischer Analysis zustande kam. Die Computersimulation entwickelte sich in der Tat zunehmend zu der nützlichen Quelle der Einsicht in die Prozesse der Strömungsmechanik, wie sie sich von Neumann erhofft hatte; ja, Computational Science & Engineering wuchs sich zur dritten Säule wissenschaftlichen Forschens aus.

Es mag die – wenn auch spät – weltweit in Gang kommende Annäherung der Informatik an Computational Science & Engineering verdeutlichen, zu der schon der ehemalige ACM-Präsident Peter Denning aufgerufen hatte [12], daß die Association of Computing Machinery (ACM) bei ihrem 50th Anniversary Symposium: Perspectives in Computer Science auf das Zukunftspotential der CFD im Verbund mit den neuen Generationen von – parallelen – Supercomputern eingegangen ist, indem sie die Dringlichkeit der numerischen Simulation bei der Lösung der komplexen dreidimensionalen Probleme bei reaktiven Strömungen herausgestellt hat [13]. Aus diesen ökonomisch wie ökologisch wichtigen Fragestellungen höchster Komplexität erwächst erneut die Einsicht, daß die partiellen Differentialgleichun-

gen eine permanente Herausforderung sind – und dies trotz der unzweifelhaft großen Fortschritte in der numerischen Lösung partieller Differentialgleichungen, wie sie etwa in den Monographien von W. Hackbusch über elliptische Differentialgleichungen und über Multigitterverfahren [14, 15] und S. F. McCormick über adaptive Multilevel-Methoden [16] ihren Niederschlag gefunden haben, und der dramatisch gestiegenen Leistung der Supercomputer und der Visualisierungsinstrumente [17, 18].

### 3 (Teil)Antworten der Rechnerarchitektur

Unmittelbar nach seinem Manifest legte John von Neumann gemeinsam mit A. W. Burks und H. H. Goldstine in mehreren Berichten den logischen Entwurf der nach ihm benannten Rechnerarchitektur vor [19, 20, 21, 22]. Es mag ein Merkmal des damals herrschenden „Optimismus“ hinsichtlich der zukünftigen Fähigkeiten des Computers sein, daß dort vom „Arithmetic Organ“ und vom „Memory Organ“ die Rede ist. Auf jeden Fall war damit das neue Konzept der digitalen Maschine definiert, das den Durchbruch des Computers schaffte. Es muß jedoch angemerkt werden, daß sich im weiteren Verlauf der Rechnerentwicklung die Erwartungen der Wissenschaft zunächst nicht erfüllten; denn 1970 klagte J. H. Wilkinson in seiner Turing Award Lecture [23]: „... A third disappointing feature is the failure of the numerical analysts to influence computer hardware and software in the way that they should. ... Now there is a regrettable tendency for numerical analysts to opt out of any responsibility for the design of the arithmetic facilities and a failure to influence the more basic features of software. – It is often said that the use of computers for scientific work represents a small part of the market and numerical analysts have resigned themselves to accepting facilities „designed“ for other purposes and making the best of them. ...“

In den Jahren danach hatte sich die Situation nicht nur im Hinblick auf das Spektrum der für technisch-naturwissenschaftliche Anwendungen entworfenen Computer, sondern auch im Hinblick auf den Markt für Supercomputer gewandelt. Partielle Differentialgleichungen haben sicherlich den Fortschritt der Hochleistungsrechner dominierend beeinflußt; auf jeden Fall haben sie deren Potential zuerst und am dauerhaftesten ausgeschöpft: Der „digitale Windkanal“ war der Leitgedanke. Die numerische Lösungsmethodik für solche Gleichungen führte – über die Diskretisierung von Raum und gegebenenfalls Zeit – zwingend in die lineare Algebra und ihre der Numerik erschließbaren Konzepte und Algorithmen [24, 25].

Die Antwort der Rechnerarchitektur auf diese frühen Herausforderungen der partiellen Differentialgleichungen waren die Vektorrechner, die mit ihrem Pipeline-Prinzip die sequentiell überlappende arithmetische Verarbeitung von Datenstrukturen der linearen Algebra, der „Vektoren“, optimierten. Aber schon 1982 machte Cray Research den Schritt zu Mehrprozessor-Vektorrechnern mit Multitasking und damit in die Parallelverarbeitung [26]. Damit ging auch die rechtzeitige Entwicklung zu offenen Systemen einher, wie sie sich in Unix-basierten Betriebssystemen und der Unterstützung der TCP/IP-Kommunikation manifestiert – zwei innovative Strömungen, die gleichfalls aus der Welt der Wissenschaft und Forschung kommend die Entwicklung des Computing auf einer breiten Wellenfront, von den Workstations bis zu den Netzwerken, in die Zukunft tragen.

Die Auslotung des Potentials des Pipelining einschließlich der Programmierung, Compiler-techniken, Werkzeuge, Betriebssystemfunktionen sowie Speicherorganisation resultierte in einem leistungsfähigen Arsenal an Wissen und Erfahrung über Stärken und Schwächen der Vektorrechner und an effizienten Methoden ihres Einsatzes. Sicherlich werden sich die Vektorrechner in Funktionen und Kapazität in den Bereich der 100 Gigaflops hinein weiterentwickeln, indem die architektonischen und technologischen Möglichkeiten

ausgeschöpft werden und der „schwache“ Parallelismus noch über die heute erkennbaren Prozessorzahlen hinaus ausgebaut wird; wie der Entwicklungsaufwand für solche Systeme schon heute zeigt, stoßen sie nicht nur an technische und technologische Grenzen. Die heutigen Vektorrechner der obersten Leistungsklasse sind aber ganz wesentlich noch die „Arbeitspferde“ für Computational Science & Engineering, wenngleich sich mehr und mehr die neuen starken, superskalaren Multicomputer die Arbeit mit ihnen teilen.

Die Zukunft jedoch wird nach der vorherrschenden Meinung den massiv-parallelen Rechnern gehören, und in der Tat läßt sich derzeit keine realistische technische Alternative erkennen [26]. Man darf heute sicher getrost daran erinnern, daß es Parallelrechnerentwürfe und auch Projekte gab, die den Anforderungen der partiellen Differentialgleichungen und der Struktur ihrer neuen Lösungsverfahren in ihrem inneren Aufbau und ihrer Kommunikationstopologie nachgebildet waren. Hier sei einerseits die Finite Element Machine der NASA genannt [27]. Andererseits lag der Ursprung des deutschen Suprenum-Projektes in der Idee, Parallelismus und Mehrgitterverfahren in einer hierarchisch vermaschten Parallelrechnerstruktur synergetisch zu verschmelzen [28].

Die erlebte Geschichte der Rechnerarchitektur schon genügt, um zu vermuten, daß das – offenbar unumgängliche – Omnipotenztrauma von Rechnerarchitekten sehr oft gute Vorhaben zunichte macht. In den frühen 90er Jahren versprachen die Hersteller massiv-paralleler Systeme, daß sie bis 1995 in der Lage wären, Parallelrechner zu bauen und auszuliefern, die mit Leichtigkeit die magischen „TTT“ (d.h. Teraflops an Rechenleistung, Terabytes an Hauptspeicher, Terabytes/sec an Bandbreite) erreichen und daher in einem eher revolutionären als evolutionären Schritt über fast drei Größenordnungen die damals für den Stand der Technik gültigen Grenzen überschreiten würden.

Schon H. H. Goldstine hat gesagt: „The history of computers is littered with Australopithecines, the deviant apes that anthropologists keep finding: little evolutionary lines that don't lead anywhere“ [29]. In der Zwischenzeit hat sich in der entsprechenden Computerindustrie der lange befürchtete „Shake-out“ ereignet. Manche große Investition in das massiv-parallele Rechnen dürfte sich nun definitiv nicht mehr auszahlen. Der Aufbau neuer Hardware- und Software-Plattformen erfordert neue Investitionen an Geld und Personal sowie an psychologischer Erholung von den Frustrationen aus den unerfüllten Versprechungen. Die Zurückhaltung vieler Anwender, insbesondere auch in der Industrie, in den letzten Jahren ist begreiflich.

Eine Schlüsselfrage des massiv-parallelen Rechnens ist die Skalierbarkeit. Die Parallelisierung von „dusty decks“ in Forschung und Industrie ist eine wichtige Aufgabe, um die Akzeptanz der Parallelverarbeitung zu erhöhen. Man kann jedoch für die meisten Anwendungsprogramme keine dramatischen Leistungsgewinne aus der schieren Portierung der ursprünglich sequentiellen, in vielen Fällen über Jahrzehnte „organisch“ gewachsenen Programme erwarten, denn ihre Performance skaliert in der Regel nicht mit der Zahl der Prozessoren.

Die Entwicklung leistungsfähiger und benutzerfreundlicher Software-Werkzeuge für die Programmanalyse auf Parallelismus hin ist ebenso gefordert wie die Aufgeschlossenheit der Anwender, neuen numerischen Methoden auch tatsächlich Eingang in diese Anwendungen zu verschaffen. Denn auf der Architekturseite kommen jetzt neue, zu den „TTT“ hinstrebende Systeme daher – und Fachleute versichern: „Parallel computing works!“ [30].

Andere Fachleute jedoch sind überzeugt, daß es keine einzelne, alles befriedigende Architektur geben wird, die in der Lage sein könnte, das heterogene Spektrum der Anforderungen komplexer Anwendungen mit der gleich guten Leistung zu erfüllen. Auf der anderen Seite weiß man zur Genüge, daß ein eifriger Benutzer, bloß weil ein bestimmter Rechner ihm zugänglich ist, dazu neigt, größte Anstrengungen auf sich zu nehmen, um eine noch so kleine Verbesserung der Performance für seine spezielle Anwendung aus diesem



Rechner herauszuholen, obwohl seine heterogenen Anforderungen nicht angemessen durch dieses eine Zielsystem befriedigt werden können: *per aspera ad astra*!

Die Erfahrungen mit den verschiedenen Supercomputer-Architekturen und ihren Stärken und Schwächen, die technologischen Hindernisse für größere Leistungssprünge bei der Vektorverarbeitung, die große Schwankungsbreite in den Leistungsdaten für Algorithmen auf verschiedenen Parallelrechnern führen ganz natürlich zur Idee des heterogenen Rechnens und der heterogenen Computer [31]. Heterogenes Rechnen ist ein attraktives Konzept, weil es der Tatsache Rechnung trägt, daß die einzelnen parallelen Rechnersysteme – wie auch die Vektorrechner – viel ihrer Zeit mit Aufgaben verbringen, für die sie strukturell grundsätzlich nicht sehr gut geeignet sind. Dieser Befund erklärt die schmerzlich erfahrenen Einbrüche bei der tatsächlich erzielbaren Leistung der Rechner und auch die gravierenden Skalierungsprobleme.

Auf heterogenen Systemen würde die Arbeit auf unterschiedliche Rechner so verteilt, daß die charakteristische Einzelaufgabe, sei sie skalar, vektoriell, vektor-parallel oder massiv-parallel, jeweils auf derjenigen Rechnerarchitektur abgearbeitet wird, die nachweislich am besten für diesen Aufgabentypus geeignet ist. Das Ziel des heterogenen Rechnens ist definitiv die Steigerung der Effizienz des Rechnens; und das heißt, daß die Effizienz und das Kosten/Nutzen-Verhältnis sowohl des Rechnereinsatzes als auch des Anwenders profitieren mögen von der wachsenden Vielfalt neuer Systeme und Lösungen.

Diesem Ziel kann auch das nunmehr in Gang kommende Bemühen dienen, die Supercomputer-Zentren untereinander und mit den anderen Kompetenzzentren des wissenschaftlichen Rechnens hierzulande – und möglichst unbürokratisch – über schnelle Breitbanddatennetze enger zu einem innovativen Funktionsverbund zu vernetzen, wie es auch der Wissenschaftsrat in seinem jüngsten Papier zum Höchstleistungsrechnen sieht [5].

## 4 Die Zielprojektion

Diese erste Sommerschule ist Versuch und Angebot, aus einer mehrdimensionalen Projektion der numerischen Methoden für partielle Differentialgleichungen auf Strukturen und Techniken der Parallelverarbeitung dieses doppelte Potential für die Lösung komplexer Probleme zu aktivieren. Dazu bedarf es der vielseitigen Beleuchtung.

Die Zusammenstellung der Vorlesungen aus Theorie und Numerik der partiellen Differentialgleichungen und der Gittertechniken einerseits, der Rechnerarchitekturen, Strategien und Softwarekonzepte der Parallelisierung und parallelen Programmierung sowie komplexer Anwendungen andererseits, präsentiert von einer gleichermaßen starken Auswahl von Dozenten, sollte diese einzigartige Möglichkeit einer Sommerschule, Altes zu verstehen, Neues zu erfahren und Unbekanntes zu erfragen, zu einem für alle fruchtbaren Forum des wissenschaftlichen Gespräches machen. Die große Resonanz auf unsere Einladung zur Teilnahme aus Hochschulen, Forschungszentren und Industrieunternehmen hat dafür die denkbar beste Einstimmung geschaffen.

## Literatur

- [1] von Neumann, J., and Goldstine, H.H., in: Collected Works Vol. V, 1-32
- [2] Sameh, A., and Riganati, J., IEEE Computer 26(1993), No. 10, 8-12
- [3] Hoßfeld, F., und Mertens, B., Jahresbericht 1996, Forschungszentrum Jülich (im Druck);
- [4] von Neumann, J., in: Collected Works, Vol. V, 248-287
- [5] Wissenschaftsrat, Empfehlung zur Versorgung von Wissenschaft und Forschung mit Höchstleistungsrechenkapazität, Kiel, 7. Juli 1995
- [6] Sauter, F., Differentialgleichungen der Physik, Sammlung Götschen Bd. 1070, Berlin, 1958
- [7] Gröbner, W., und Lesky, P., Mathematische Methoden der Physik II, BI Hochschultaschenbücher 90/90a, Mannheim, 1965
- [8] Sommerfeld, A., Vorlesungen über theoretische Physik, Bd. VI: Partielle Differentialgleichungen der Physik, 4. Auflage, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig, 1958
- [9] Bemelmans, J., Hildebrandt, S., und von Wahl, W., in: G. Fischer et al. (Hrsg.), Ein Jahrhundert Mathematik 1890-1990, Festschrift zum Jubiläum der DMV, Dokumente zur Geschichte der Mathematik Bd. 6, Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1990
- [10] Birkhoff, G., SIAM Review 25(1983), 1-34
- [11] Nash, S.G. (ed.), A History of Scientific Computing, ACM Press, New York; Addison-Wesley, Reading/Mass., 1990
- [12] Denning, P., Comm. ACM 34(1991), No. 10, 121-131
- [13] Cinnella, P., ACM Computing Surveys 28(1996), No. 1, 93-96
- [14] Hackbusch, W., Theorie und Numerik elliptischer Differentialgleichungen, Teubner Studienbücher - Mathematik, B. G. Teubner, Stuttgart, 1986
- [15] Hackbusch, W., Multi-Grid Methods and Applications, Springer, Berlin, 1985
- [16] McCormick, S.F., Multilevel Adaptive Methods for Partial Differential Equations, Frontiers in Applied Mathematics Vol. 6, SIAM, Philadelphia, 1989
- [17] Kuwahara, K., Intern. J. High Speed Computing 4(1992), No. 1, 49-70
- [18] Woodward, P. R., IEEE Computer 26(1993), No. 10, 13-25
- [19] Burks, A.W., Goldstine, H.H., and von Neumann, J., Collected Works, Vol. V, 34-79
- [20] Goldstine, H.H., and von Neumann, J., Collected Works, Vol. V, 80-151
- [21] Goldstine, H.H., and von Neumann, J., Collected Works, Vol. V, 152-214
- [22] Goldstine, H.H., and von Neumann, J., Collected Works, Vol. V, 215-253

- [23] Wilkinson, J.H., J. ACM 18(1971), 137
- [24] Ortega, J.M., Introduction to Parallel and Vector Solution of Linear Sysrems, Plenum Press, New York, 1988
- [25] Ortega, J.M., and Voigt, R.G., SIAM Review 27(1985), No. 2, 149-240
- [26] Hwang, K., Advanced Computer Architecture: Parallelism, Scalability, Programmability, McGraw-Hill, New York, 1993
- [27] Jordan, H.F., IEEE Proc. 1978 Int. Conf. on Parallel Processing, IEEE, London, 1978, 263-266
- [28] Solchenbach, K., and Trottenberg, U., Proc. 2nd Intern. Suprenum Colloquium, 30 September - 2 October 1987, Bonn; Parallel Computing 7(1988), No. 3, 265-281
- [29] Macrae, N., John von Neumann, Pantheon Books, New York, 1992, 267
- [30] Fox, G.C., Williams, R.D., and Messina, P.C., Parallel Computing Works!, Morgan Kaufman Publ., San Francisco, 1994
- [31] Khokhar, A. A., et al., IEEE Computer 26(1993), No. 6, 18-27